

文章编号: 1000-8055(2002) 03-0297-05

Jameson/ TVD 格式应用旋翼翼型绕流分析

曹义华, 王吉飞, 苏 媛, 邓丹丹
(北京航空航天大学 飞行器设计与应用力学系, 北京 100083)

摘要: 以一种常见的旋翼翼型为例, 探讨了两种旋翼桨叶翼型绕流数值模拟方法, 即 Jameson 有限体积中心格式和有限体积通量修正 Jameson/TVD 混合格式。这两种格式的方法都采用有限体积法进行离散, 并用龙格-库塔时间推进法求解。通过算例分析, 比较了这两种方法的特点, 为进一步有效地依靠求解湍流 Navier-Stokes 方程来模拟完整的旋翼流场、旋翼阻力与功率奠定了基础。

关 键 词: 旋翼空气动力学; 数值模拟; TVD 格式; N-S 方程

中图分类号: V212.4

文献标识码: A

Jameson/ TVD Schemes Applied to Simulating the Flow around Rotor Aerofoil

CAO Yi-hua, WANG Ji-fei, SU Yuan, DENG Dan-dan

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Two methods based on Jameson-scheme and Jameson/flux-corrected TVD (Total Variation Diminishing) mixed scheme are constructed to simulate the flow around rotor airfoil. By using finite volume approach for numerical approximation and Runge-Kutta time-stepping advance, Euler/ Navier-Stokes equations are solved. Through the analyses of examples, the characteristics of these two methods are concluded. Also, these methods can be further developed to simulate the turbulent flow around helicopter rotor and to calculate helicopter rotor drag and power.

Key words: rotor aerodynamics; numerical simulation; TVD scheme; N-S equation

1 引 言

随着计算机技术的不断发展, 用数值方法来求解描述流动现象的主控方程, 已经成为一种重要的研究手段。在旋翼空气动力学领域, 这一手段也在不断进步, 各种各样的计算方法层出不穷。由 Jameson 所创立的有限体积中心格式是一种稳定性好的比较成熟的方法; 该方法在旋翼计算领域也得到了广泛应用。近年来, 在发展高精度格式方面的研究很活跃, 涌现出一些具有高分辨率的计算格式, 具有 TVD 特性的格式便是其中的代表。

本文选取一种经典的旋翼翼型(NACA0012)为算例, 首先采用 Jameson 有限体积中心差分格式, 对描述该翼型绕流场的 Euler 方程求解; 然后, 为了更精确地捕捉激波, 在 Jameson 有限体积中心差分格式的基础上, 采用修正通量的方法构造出 Jameson/ TVD 混合格式, 并首次应用该格式求解旋翼翼型 Euler 方程; 此外, 考虑到 Euler 方程不能反映流动中的粘性现象, 还利用 Jameson 格式求解了同一问题的湍流 N-S 方程, 为将来求解旋翼的阻力、功率等参数积累了经验。

收稿日期: 2001- 05- 23; 修订日期: 2001- 09- 18

基金项目: 航空基础科学基金资助项目(00A51050)

作者简介: 曹义华(1962-), 男, 江西都昌人, 北京航空航天大学飞行器设计与应用力学系教授、博士生导师, 博士。

2 主控方程

对二维问题而言,描述流体流动的可压 Navier-Stokes 方程守恒形式可表述如下:

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial y} \quad (1)$$

$$\text{其中: } \mathbf{W} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uh \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vh \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \kappa T_x + \tau_{xu} + \tau_{xv} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \kappa T_y + \tau_{xy}u + \tau_{yv} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xx} &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ \tau_{xy} &= \tau_{yx} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \tau_{yy} &= 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ \lambda &= -\frac{2}{3}\mu \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

(1) 式中, $\mathbf{R}, \mathbf{S}$ 是粘性项, 在作无粘假设的情况下, $\mathbf{R}$ 和 $\mathbf{S}$ 都是 0, 此时, N-S 方程退化为 Euler 方程。 μ 为粘性系数, κ 为热传导系数, 在湍流运动中, 有:

$$\mu = \mu_t + \mu_l, \quad K = c_p \left(\frac{\mu_t}{p_{rl}} + \frac{\mu_l}{p_{rl}} \right) \quad (4)$$

μ_t 和 μ_l 分别为湍流粘性系数及层流粘性系数, μ_l 可由 Sutherland 公式^[1]算得, 而 μ_t 的计算方法则与所选取的湍流模型有关, 本文采用 Baldwin-Lomax 代数模型^[2]来计算 μ_t , p_{rl} 取为 0.72, p_{rl} 取为 0.90。

e 和 h 分别为单位总能量和总焓。为了使方程组封闭, 还需补充下列方程, 才能用数值方法进行求解, 即:

$$\left. \begin{aligned} e &= \frac{p}{(\gamma-1)\rho} + \frac{1}{2}(u^2 + v^2) \\ h &= e + \frac{p}{\rho}, \quad p = \rho RT \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

3 数值方法

3.1 数值离散

在 xy 坐标系中定义单位矢量($\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$), 并使用有限体积法, 则方程(1)可改写为下面的积分形式:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_{\Omega} \mathbf{W} dx dy + \int_{\partial\Omega} \bar{\mathbf{H}} \cdot \vec{n} ds = \int_{\partial\Omega} \bar{\mathbf{H}}_v \cdot \vec{n} ds \quad (6)$$

其中, $\partial\Omega$ 为单元 Ω 的边界曲线, $\vec{n}$ 表示 ds 的单位外法向矢量, 二阶张量 $\bar{\mathbf{H}}, \bar{\mathbf{H}}_v$ 定义为:

$$\bar{\mathbf{H}} = F\vec{e}_x + F\vec{e}_y \quad (7)$$

$$\bar{\mathbf{H}}_v = R\vec{e}_x + S\vec{e}_y \quad (8)$$

假设各物理量在单元格中心已知, 将方程(6)离散到计算域中的单元格上, 可得到如下的常微分方程:

$$\frac{d}{dt}(V_{i,j} W_{i,j}) + P_{i,j} - P_{vi,j} = 0 \quad (9)$$

$$P_{i,j} = (\bar{\mathbf{H}} \cdot \vec{S})_{i+1/2,j} + (\bar{\mathbf{H}} \cdot \vec{S})_{i,j+1/2} - (\bar{\mathbf{H}} \cdot \vec{S})_{i-1/2,j} - (\bar{\mathbf{H}} \cdot \vec{S})_{i,j-1/2}$$

$$P_{vi,j} = (\bar{\mathbf{H}}_v \cdot \vec{S})_{i+1/2,j} + (\bar{\mathbf{H}}_v \cdot \vec{S})_{i,j+1/2} - (\bar{\mathbf{H}}_v \cdot \vec{S})_{i-1/2,j} - (\bar{\mathbf{H}}_v \cdot \vec{S})_{i,j-1/2}$$

上式中, $V_{i,j}$ 为单元格的面积, $P_{i,j}$ 为单元格的净通量, $P_{vi,j}$ 为单元格的粘性通量, 当然, 若主控方程为 Euler 方程, $P_{vi,j}$ 为 0。在雷诺数很大的情况下, 附面层很薄, 粘性主要作用在垂直于物面的区域, 在流向上的作用则可忽略不计, 运用此假设, 有:

$$P_{vi,j} = (\bar{\mathbf{H}}_v \cdot \vec{S})_{i,j+1/2} - (\bar{\mathbf{H}}_v \cdot \vec{S})_{i,j-1/2}$$

3.2 人工粘性

该中心格式本身不具有耗散性, 为了抑制数值振荡, 阻尼掉计算误差, 计算使解尽快收敛, 需要在方程(9)中加入人工粘性项 $D_{i,j}$, 即方程(9)变为:

$$\frac{d}{dt}(V_{i,j} W_{i,j}) + P_{i,j} - P_{vi,j} - D_{i,j} = 0 \quad (10)$$

$$D_{i,j} = d_{i+1/2,j} - d_{i-1/2,j} + d_{i,j+1/2} - d_{i,j-1/2} \quad (11)$$

人工粘性项, 也就是 $D_{i,j}$ 的构造, 也就是可以选取不同的格式, 由 Jameson 等人所创立的自适应耗散格式^[3], 由守恒量 W 的二阶和四阶项组成, 并加入自适应开关, 以使得在流场梯度大的地方, 人工粘性主要是二阶项起作用, 而在流场梯度

小的地方,则主要是四阶项起作用。这样,不仅能自动捕捉激波,而且能抑制激波前后的数值波动。在文献[4]成功应用计算管流的启发下,为了构造 Jameson/TVD 混合格式的旋翼翼型求解方法,本

文以 Yee^[5]和 Wang^[6]文献中所述的 TVD 有限耗散项为基础,采用修正通量法,可以构造出 Jameson/TVD 混合格式的人工粘性项。例如:

$$d_{i+1/2,j} = \sum_{l=1}^4 \beta_{i+1/2,j}^l R_{i+1/2,j}^l$$

(11a)

$$\beta_{i+1/2,j}^l = Q^l(v_{i+1/2}^l + r_{i+1/2}^l)\alpha_{i+1/2}^l - (g_i^l + g_{i+1}^l)$$

(11b)

$$R_{i+1/2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ \hat{u}_{i+1/2} - \hat{c}_{i+1/2} & \hat{u}_{i+1/2} & \hat{u}_{i+1/2} + \hat{c}_{i+1/2} & 0 \\ \hat{v}_{i+1/2} & \hat{v}_{i+1/2} & \hat{v}_{i+1/2} & 1 \\ \hat{H}_{i+1/2} - \hat{u}_{i+1/2}\hat{c}_{i+1/2} & \hat{u}_{i+1/2}^2 + \hat{v}_{i+1/2}^2 & \hat{E}_{i+1/2} - \hat{u}_{i+1/2}\hat{c}_{i+1/2} & \hat{v}_{i+1/2} \end{bmatrix}$$

(11c)

3.3 时间推进

将积分方程(10)改写,略去下标后,有:

$$\frac{dW}{dt} + R(W) = 0$$

(12)

其中: $R(W) = \frac{1}{V_{i,j}}(P_{i,j} - P_{n,j} - D_{i,j})$

(13)

将经典的四阶 Runge-Kutta 多步迭代方法用于求解方程(12):

$$\left. \begin{aligned} W^{(0)} &= W^n \\ W^{(1)} &= W^{(0)} - \alpha_1 \Delta t R(W^{(0)}) \\ W^{(2)} &= W^{(0)} - \alpha_2 \Delta t R(W^{(1)}) \\ W^{(3)} &= W^{(0)} - \alpha_3 \Delta t R(W^{(2)}) \\ W^{(4)} &= W^{(0)} - \alpha_4 \Delta t R(W^{(3)}) \\ W^{n+1} &= W^{(4)} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

实际计算时,物理粘性项和人工粘性项都只在第一步计算出结果后,就将其冻结,这样可以减少计算量。

4 计算结果分析

本文以一种经典的旋翼翼型- NACA 0012 为例,利用 Thomas 方法求解微分方程以生成 O 型网格。然后利用上述 Jameson 格式和 Jameson/TVD 混合格式(简称 TVD 格式)求解了 Euler 方程,最后利用 Jameson 格式还求解了湍流 N-S 方程。求解 Euler 方程所用网格为(99×35);求解 N-S 方程所用网格为(99×70),靠近翼型壁面第一层的厚度约为2×10⁻⁵倍弦长;三维非旋转机翼 O-H 型网格为(99×70×41);三维旋翼桨叶 O-H 型网格为(99×35×51)。

下面是对计算结果的分析:

图1所示为有升力、亚音速情况下, Jameson

方法与 TVD 方法所得出的翼型表面压力系数分布图,其中, x 为弦向位置,坐标原点与弦长 C 中点重合(下同)。从图中可以看出,在没有激波的情况下,两种方法得出的结果非常相似,且和文献[7]中的记载吻合得很好。

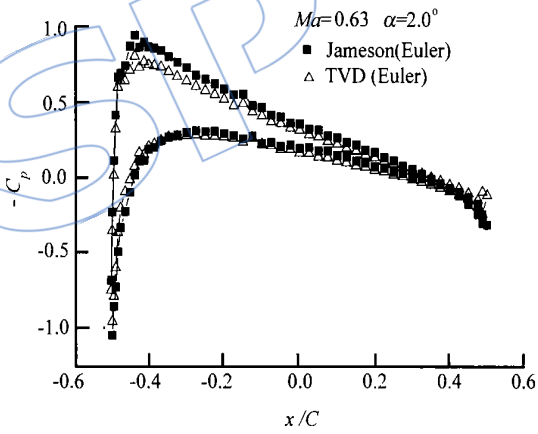


图1 有升力情况下的压力系数分布

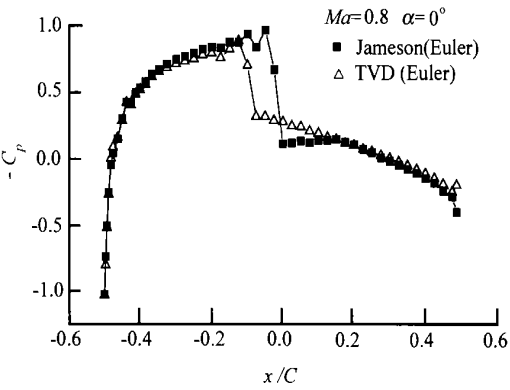


图2 无升力情况下的压力系数分布

图2为无升力、跨音速情况下, Jameson 方法与 TVD 方法所得的压力系数分布图。该结果和

文献[8]中的记述一致。从图中可以观察到明显的由激波所引起的压力突变现象,从图中还可看出,TVD 格式所捕捉到的激波位置稍微靠前,但 TVD 格式的精度要高于 Jameson 格式。从计算实践中看,TVD 格式只需较少迭代步就能捕捉到激波,且激波宽度要少1~2个网格宽度,但每一步所需计算时间较长。

图3所示为采用 Jameson 格式计算 N-S 方程得到的翼型表面摩擦系数分布图,该结果和文献[9,10]中的记述吻合。图4为翼型表面附近区域速度矢量分布图,从图中可观察到明显的粘性现象。

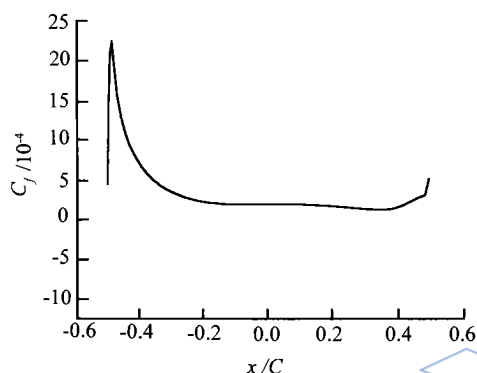


图3 表面摩擦系数分布

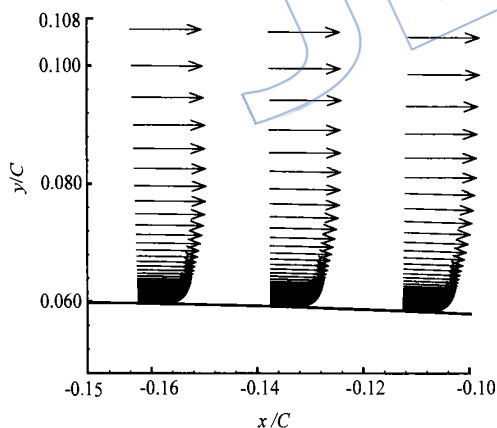


图4 表面速度矢量分布

如图5,由于 N-S 方程考虑粘性的缘故,因此,由计算 N-S 方程所捕捉到的激波,其宽度比计算 Euler 方程所得到的要宽,除此以外,两种方法所得到的压力系数分布基本上完全一致,因此,在只需要计算升力的场合,完全可以使用 Euler 方程作为主控方程。

图6为由 N-S 方程算得的 $Ma=0.5$ 时的等压

力系数图。图7为由 N-S 方程算得的 $Ma=0.8$ 时的等马赫数图,从该图可看出,等压力系数线在激波附近集聚,即压力系数的梯度增大。

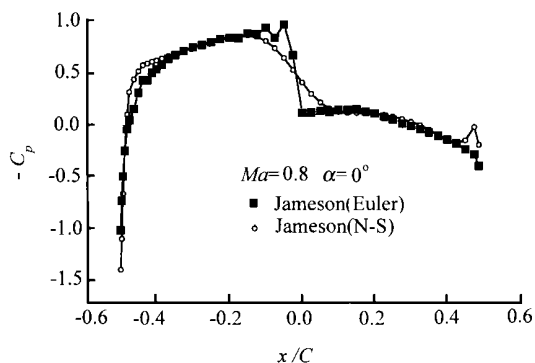


图5 Euler 方程与 N-S 方程的比较

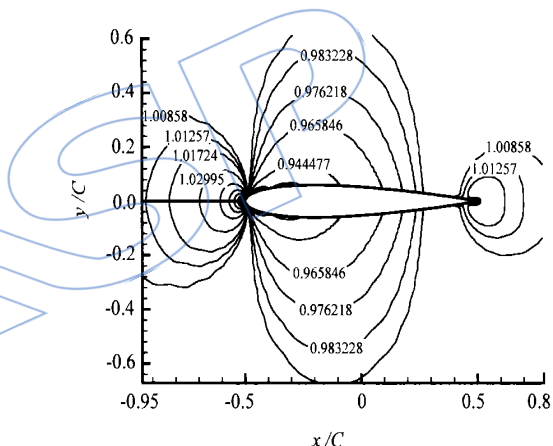


图6 等压力系数图

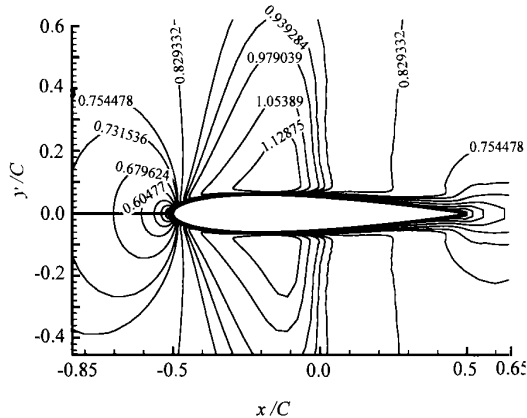


图7 等马赫数图

图8示出了三维非旋转机翼翼型壁面压强系数 ($Ma=0.8, \alpha=0^\circ$)。对于 Caradonna and Tung

旋翼^[11], 图9给出了本文的三维旋翼翼型计算结

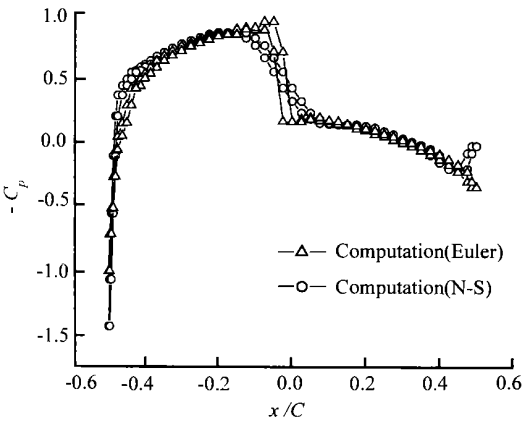


图8 三维非旋转机翼翼型壁面压强系数
($Ma=0.8, \alpha=0^\circ$)

果与实验数据^[11]有较好的一致性。

参考文献:

[1] 刘导治. 计算流体力学基础[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1989.

[2] Baldwin B S, Lomax H. Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows[R]. AIAA Paper 78- 257, 1978.

[3] Jameson A, Schmidt W, Turkel E. Numerical Solution of the Euler Equation by Finite Volume Method Using Runge-Kutta Time-Stepping Schemes[R]. AIAA Paper 81- 1259, 1981.

[4] 曾军, 仲永兴, 程信华, 等. 高分辨率 TVD 格式的应用[J]. 燃气涡轮试验与研究, 1996, (4): 29- 32.

[5] Yee H C, Warming R F, Hatten A. A Implicit Total Variation Diminishing Scheme for Steady-State Calculation[R]. AIAA Paper 83- 1902, 1983.

[6] Wang J C T, Widhopf G F. A High-Resolution TVD Finite Volume Scheme for the Euler Equations in Conservation Form[R]. AIAA Paper 87- 0538, 1987.

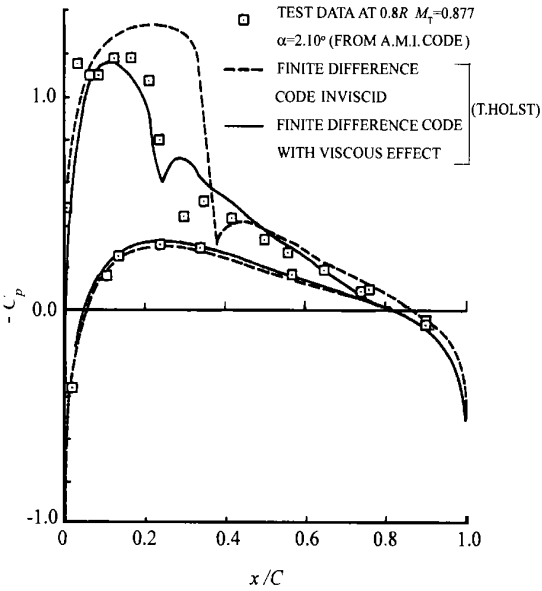
[7] 航空气动力手册编委会. 航空气动力手册[Z]. 北京: 国防工业出版社, 1983.

[8] Deese J E. Numerical Experiment with the Split-Flux-Vector form of the Euler Equations[R]. AIAA Paper 83- 0122.

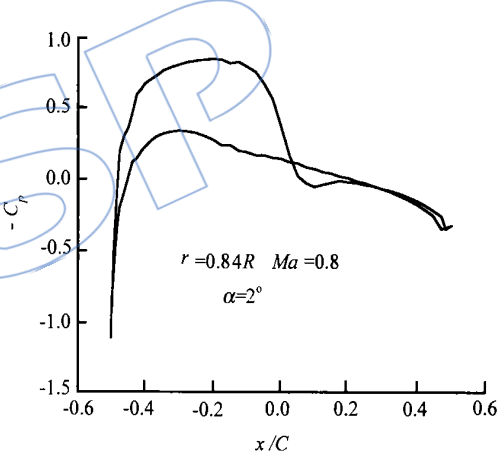
[9] Sunil Kumar Chakrabarty. Numerical Solution of Navier-Stokes Equations for Two-Dimensional Viscous Compressible Flows[J]. AIAA Journal, 1989, 27: 843- 844.

[10] Swanson R C, Turkel E. A Multistage Time-Stepping Scheme for the Navier-Stokes Equations[R]. AIAA Paper 85- 0035, 1985.

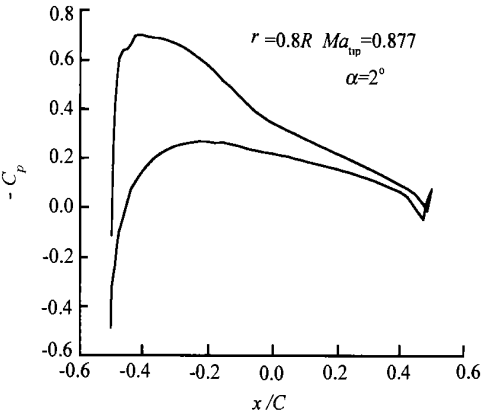
[11] Caradonna F X, Tung C. Experimental and Analytical Studies of a Model Helicopter Rotor in Hover[R]. NASA TM - 81232, 1981.



(a) The result reported in Ref. [11]



(b) Calculation result



(c) Calculation result

图9 计算结果与实验数据的比较

Fig.9 Comparison of the calculation results and experiment data

(责任编辑 杨再荣)